Sana'a University Journal of Human Sciences
مجلة جامعة صنعاء للعلوم الإنسانية
Vol. 5 | No. 2| Page 89 – 108 | 2023 |
https://journals.su.edu.ye/index.php/jhs
ISSN : 2958-8677

نموذج مقترح لتدريس الرياضيات قائم على تحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية

A Proposed Model for Balancing between Conceptual and Procedural Knowledge when Teaching Mathematics

محمد أحمد مرشد القواس
باحث – قسم المناهج وطرائق التدريس
كلية التربية– جامعة إب ـ اليمن

Mohammed Ahmed Morshed Al-Qawas
Researcher - Department of Curriculum and Teaching Methods
Faculty of Education - Ibb University - Yemen

سلوى يحيى محمد الحداد
باحثة – قسم معلم العلوم والرياضيات
كلية التربية– جامعة إب ـ اليمن

Salwa Yahya Mohammed Al-Haddad
Researcher - Department of Science and Mathematics Teacher
Faculty of Education - Ibb University - Yemen

الملخص:

هدف البحث إلى الكشف عن واقع تحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية عند تدريس الرياضيات، كما هدف إلى تقديم نموذج تدريسي مقترح لتحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية. ولتحقيق أهداف البحث اعتمد الباحثان على المنهج الوصفي التحليلي من خلال الاطلاع على الأدبيات والدراسات ذات العلاقة بالمعرفة المفاهيمية والإجرائية عند تدريس الرياضيات والتوازن بينهما، وتحليلها واستقراء نتائجها، كما تم استخدام المنهج الوصفي المسحي من خلال عرض النموذج المقترح على خبراء في تعليم الرياضيات للتحقق من سلامة خطواته ومراحله وأهميته. وأظهرت النتائج أن معلمي الرياضيات لا يهتمون بتحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية، وغالباً ما يركزون على المعرفة الإجرائية عند تدريسهم للرياضيات، وقدم البحث نموذجاً تدريسياً مقترحاً بطريقة إجرائية يساعد معلمي الرياضيات على تحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية تكوّن من ثلاث مراحل تدريسية متتابعة بشكل خوارزمي تتضمن تحقيق التوازن بينهما. وأوصى الباحثان بالاستفادة من النموذج التدريسي وتطبيقه من قبل معلمي الرياضيات؛ لتحقيق التوازن في تقديم المعرفة المفاهيمية والإجرائية عند تدريس الرياضيات.

الكلمات المفتاحية: نموذج مقترح، المعرفة المفاهيمية، المعرفة الإجرائية، التوازن، تدريس الرياضيات.

Abstract:

This study aimed to explore the situation of achieving the balance between conceptual and procedural knowledge when teaching maths; and introduce a proposed teaching model for balancing between conceptual and procedural knowledge. A descriptive analysis methodology was used through reviewing a number of studies, analysing them, and identifying their findings concerning conceptual and procedural knowledge and the balance between when teaching mathematics. In addition, a descriptive survey methodology was used through introducing the model to experts of maths to ensure the validity of steps, stages, and its significance. The findings of the study revealed that teachers of maths did not pay attention to develop a balance between conceptual and procedural knowledge during teaching; rather, they focused on the procedural knowledge only. Finally, the study proposed a teaching model to help teachers of maths develop balance between conceptual and procedural knowledge with learners. This model involves three subsequent teaching stages in the form of logarithm to ensure a balance between conceptual and procedural knowledge in each stage. It is recommended that maths teachers should use this teaching model to achieve balance between conceptual and procedural knowledge when teaching maths.

Keywords: Proposed Model, Conceptual Knowledge, Procedural Knowledge, Balance, Maths Teaching.

المقدمة:

تتميز الرياضيات عن سائر العلوم بأهمية تطبيقاتها المختلفة في شتى مجالات الحياة، وطبيعة بنائها المعرفي القائم على الترابط والتسلسل والعمق والتوازن، ودقتها في الترتيب المنطقي للبنية المعرفية الرياضية. كما أن تعليم الرياضيات يقوم على تكامل وترابط بنيتها المعرفية، فلا يمكن تعليم أي مكون بمعزل عن الآخر؛ حتى يتكون بناءٌ معرفي قائم على الفهم وليس الحفظ الآلي، لأن الهدف الرئيس لتعليمها تحقيقُ الاستيعاب المفاهيمي، والطلاقة الإجرائية، والكفاءة الرياضية، والقدرة على حل المشكلات التي تعتمد على تطوير المعرفة المتعلقة بالمفاهيم

والإجراءات؛ التي يطلق عليها المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية. ولأن تعليم الرياضيات ينجح عندما يكون موجهًا نحو فهم المفاهيم ومعرفة الإجراءات الواردة في الدرس (Nahdi & Jatisunda, 2020). فالمعرفة المفاهيمية تعني فهم المفاهيم والحقائق والمبادئ والتعميمات والعلاقات الرياضية، كما أنها الطريق التي يمكن من خلالها معرفة المفاهيم بعمق (Rittle-Johnson & Schneider, 2015; Star, 2005). بينما المعرفة الإجرائية تعني المعرفة بالإجراءات والخطوات والخوارزميات التي يتم إجراؤها لتحقيق هدف معين أو حل مشكلة ما (Star, 2005; Rittle-Johnson, Siegler & Alibali, 2001). وتعتمد فاعلية تعليم الرياضيات وتعلمها على الاهتمام بتطوير المعرفة الرياضية لدى المتعلم، من خلال تحقيق الترابط والتوازن بين نوعي المعرفة: المفاهيمية والإجرائية، حتى يتحقق التعلم القائم على الفهم؛ لأنه يجعل المعرفة الرياضية ذات معنىً لدى المتعلم، ويسهّل التعلم اللاحق، ويجعل الرياضيات ذات أهمية للمتعلم (خشان وآخرون، 2014). إن تحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية أمرٌ ضروري لتحقيق العمق المفاهيمي والطلاقة الإجرائية، وهذا ما أكده المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000). وتؤكد مبادرة المعايير الأمريكية الأساسية المشتركة (Common Core State Standards Initiative (CCSSI), 2010) أهميةَ تحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية؛ لأن تطبيق المعرفة الرياضية بشكل صحيح يعتمد على امتلاك المتعلم إدراكًا مفاهيميًا قويًا وطلاقةً إجرائيةً قوية.

كما أنه لا يمكن الفصل بين نوعي المعرفة: المفاهيمية أو الإجرائية، أو التحيز لأحدهما دون الآخر؛ لأن العلاقة بينهما علاقةٌ تكراريةٌ ثنائيةُ الاتجاهِ تؤثر كلٌ منهما بالأخرى؛ فتطور المعرفة المفاهيمية يؤدي إلى تطور المعرفة الإجرائية، والعكس صحيح (Rittle-Johnson, Siegler, & Alibali, 2001; Rittle-Johnson & Schneider, 2015; Bahr & Boose, 2008). إن معرفة المفاهيم والمبادئ والعلاقات الرياضية دون معرفة الخطوات الإجرائية المتعلقة بها، أو معرفة الإجراءات دون فهم المفاهيم ذات العلاقة بها؛ ستؤدي إلى فهم خاطئ لدى المتعلم (خشان وآخرون، 2014).

لا يمكن تصور أن المتعلم لديه معرفة بخطوات حل معادلةٍ من الدرجة الثانية دون أن يكون لديه فهمٌ بالمفاهيم والقوانين التي يستفيد منها في خطوات الحل، أو أن المتعلم لديه معرفة بالمفاهيم والقوانين المتعلقة بمعادلة الدرجة الثانية ولكن ليس لديه فهم بإجراءات الحل؛ هنا يحدث الخلل في عدم التوازن بين نوعي المعرفة لأن كلاً منهما يكمل الآخر؛ وهذا يؤكد ضرورةَ تحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية عند تدريس الرياضيات من خلال استخدام نماذج واستراتيجيات وتحركات تدريسية تساعد على تحقيق التوازن بينهما. وهذا ما أوصى به العديد من الباحثين والجمعيات، مثل: (NCTM, 2014; CCSSI, 2010; Rittle-Johnson, Siegler, & Alibali, 2001; Bahr & Boose, 2008; Hurrell, 2021; Zuya, 2017؛ خشان وآخرون، 2014).

واستجابةً لتلك التوصيات؛ تهدف هذه الدراسة إلى الكشف عن واقع التوازن بين المعرفة المفاهيمية

والإجرائية عند تدريس الرياضيات، من خلال مراجعة الأدبيات ونتائج الدراسات التي تناولت التوزان في تقديم المعرفة المفاهيمية والإجرائية والعلاقة بينهما، والمتاحة في الدوريات العربية والأجنبية على شبكة الإنترنت، وتقديم نموذج تدريسي يوضح كيفية إجراءات التدريس التي ينبغي أن يتّبعها معلمو الرياضيات لتحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية.

مشكلة البحث:

بناءً على ما سبق، وعلى الرغم من أهمية تحقيق التوازن في تقديم المعرفة المفاهيمية والإجرائية عند تدريس الرياضيات حتى يتكون أساس رياضي متين لدى المتعلم، بالإضافة إلى تعميق الفهم للرياضيات نتيجةً للتركيز على الجوانب المفاهيمية بالقدر نفسه مع الجوانب الإجرائية دون أن يطغى أحدهما على الآخر؛ فإن واقع تدريس الرياضيات يشير إلى ضعف الاهتمام بتحقيق التوازن بين نوعي المعرفة الرياضية: المفاهيمية والإجرائية، وهذا ما لاحظه الباحثان من خلال عملهما في تعليم الرياضيات والإشراف على الطلبة المعلمين في الميدان التربوي، حيث لاحظا تركيز المعلمين على التمارين والمهارات والإجراءات الرياضية أكثر من المفاهيم، سواء عند التدريس أم التقويم، بالإضافة إلى استطلاع وجهات نظر بعض معلمي الرياضيات في الميدان من خلال مقابلة غير مقننة حول معرفتهم بالمعرفة المفاهيمية والإجرائية وكيفية تقديمها للطلاب، فكانت وجهات نظر المعلمين تشير إلى غياب إدراكهم ومعرفتهم حول مفهومي المعرفة المفاهيمية والإجرائية والتوازن بينهما عند التدريس، حيث إن تركيزهم على حل التمارين والمسائل والإجراءات الرياضية أكثر من المفاهيم.

وهذا ما أكدته نتائج العديد من الدراسات، ومنها دراسة كلٍ من: (الحليسي والسلولي، 2016؛ خشان وآخرون، 2014؛ Hussein, 2022؛ Kridler, 2012؛ Manandhar, 2018). وهذا ما جعل الباحِثَين يشعران بوجود مشكلة تربوية في تعليم الرياضيات، وهي ضعف التوازن بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية عند تدريس الرياضيات، ولذلك فكرا باقتراح نموذج تدريسي قد يساعد معلمي الرياضيات في تحقيق التوزان بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية عند تدريسهم لمادة الرياضيات.

أسئلة البحث: تحددت أسئلة البحث في الآتي:

1- ما واقع تحقيق التوازن في المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية عند تدريس الرياضيات؟

2- ما التصور المقترح للنموذج التدريسي لتحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية عند تدريس الرياضيات؟

أهداف البحث: يهدف البحث إلى:

1- الكشف عن واقع تحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية عند تدريس الرياضيات.

2- تقديم نموذج تدريسي مقترح لتحقيق التوازن في تقديم المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية عند تدريس الرياضيات.

أهمية البحث: تبرز أهمية البحث من أهمية تدريس المعرفة الرياضية بنوعيها: المفاهيمية والإجرائية، وتحقيق التوازن بينهما عند تدريس الرياضيات، بالإضافة إلى الأهمية الآتية:

1- يقدم البحث فهماً أفضل لطبيعة المعرفة المفاهيمية والإجرائية والعلاقة بينهما.

2- يوجه أنظار معلمي الرياضيات إلى أهمية التوازن بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية، ومدى قدرتهم على تدريس الطلاب بما يحقق التوازن بينهما.
3- يبرز البحثُ صورةً واضحة وحقيقية عن طبيعة تدريس المعرفة المفاهيمية والإجرائية وآلية التوازن بينهما، يستفيد منها المهتمون بتعليم الرياضيات.
4- يقدم هذا البحث نموذجاً تدريسياً إجرائياً يساعد معلمي الرياضيات على تحقيق التوازن في تقديم المعرفة المفاهيمية والإجرائية عند تدريس الرياضيات.

حدود البحث:

يقتصر هذا البحث على مراجعة الدراسات والأدبيات التي تناولت تحقيق التوزان بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية عند تدريس الرياضيات، المتاحة عبر شبكة الإنترنت، سواء في الدوريات العربية أم الأجنبية؛ للاستفادة منها في تصميم نموذج تدريسي مقترح لتحقيق التوازن بين المعرفة الرياضية المفاهيمية والإجرائية يمكن أن يستفيد منه معلمو الرياضيات عند تدريس طلابهم، مكون من ثلاث مراحل تدريسية، وهي: (التخطيط، التنفيذ، التقويم). وقد تم عرض النموذج على مجموعة من خبراء تعليم الرياضيات في بعض الجامعات اليمنية، خلال العام 2022-2023.

مصطلحات البحث:

المعرفة المفاهيمية: عرفها الباحثان إجرائيًا بأنها: قدرة الطلبة على إدراك واستيعاب المفاهيم الرياضية والتعميمات والنظريات، وترجمتها بصور مختلفة لفظًا وكتابيًا، وفهم العلاقات بينها والربط بين مكوناتها.

المعرفة الإجرائية: عرفها الباحثان إجرائيًا بأنها: قدرة الطلبة على توظيف المفاهيم والنظريات والتعميمات والمسلمات عند حل التدريبات والمسائل الرياضية، بالاستفادة من المعطيات واقتراح مكملاتها؛ للوصول إلى حل رياضي سليم.

التوازن بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية: يعرفه الباحثان إجرائيًا بأنه: نوع من العلاقة الثنائية التكرارية بين نوعي المعرفة الرياضية: المفاهيمية والإجرائية، تتضمن التوازن والترابط بين مكوناتهما عند تدريس الرياضيات في مراحل التدريس الثلاث: التخطيط والتنفيذ والتقويم، بحيث لا يطغى تقديم إحداهما على الأخرى.

النموذج التدريسي المقترح لتحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية:

يعرفه الباحثان إجرائيًا بأنه: مخطط توجيهي إجرائي يعتمد على مجموعة من الأسس الفلسفية ونظريات التعلم والمبادئ العلمية، يتكون من ثلاث مراحل تدريسية (التخطيط، التنفيذ، التقويم) متتابعة مصممة بصورة خوارزمية، يوجه معلمي الرياضيات نحو تحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية عند تدريس الرياضيات.

الخلفية النظرية للبحث:

المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية والعلاقة بينهما:

1. المعرفة المفاهيمية Conceptual Knowledge:

تعرف المعرفة المفاهيمية، كما ذكرها كلٌ من (Matthews & Rittle-Johnson, 2009; Rittle-Johnson & Schneider, 2015)، بأنها: سلسلة المفاهيم والأفكار والمعلومات المطلوبة مسبقًا لتكوين الصور الذهنية أو الشكلية لشيءٍ ما، من خلال التفاعل مع البيئة ومع الآخرين، وتعد نواةً

لإنشاء مفاهيم رياضية أخرى لمعرفة لماذا يحدث ذلك. ويعرفها دانكواه (Danquah, 2017) بأنها: جزء من بناء الرياضيات الفعالة، وهي فهم للمبادئ التي تعمل كحلقة وصل بين المعارف المتعددة والمتدرجة في هذه المعرفة الرياضية. بينما يذكر بيكر (Baker, 2002) أن المعرفة المفاهيمية التي يمتلكها الطالب لها علاقة بقدرة الطالب على إعطاء أسباب في المواقف التي تنطوي على تعريف مفهوم وعلاقتها في عملية حل المسائل الرياضية، وتطبيق العلامات والرموز والمصطلحات المستخدمة لتمثيل المفاهيم أو تفسير الافتراضات والعلاقات التي تنطوي على مفاهيم رياضية. ويضيف حكيم وزملاؤه (Hakim et al., 2019) أن الطلاب بحاجة إلى فهم متطلبات المسألة الرياضية قبل التخطيط لاستراتيجية الحل، بحيث يقومون بالربط بين المعلومات المقدمة والتي يبحثون عنها، ومن ثم يمكنهم حل المسألة، كما أن الجوانب التي ستؤثر على قدرات حلها هي المهارات التي يمكن للطلاب إتقانها قبل حلها، مثل: فهم المصطلحات الرياضية، وربط الأفكار، وتخطيط الاستراتيجيات المناسبة، وقراءة وتحليل الرسوم البيانية، والخوارزميات؛ التي تعبر عن امتلاك المعرفة المفاهيمية اللازمة لحل المسألة. وفي ضوء ما سبق، يعرف الباحثان المعرفة المفاهيمية بأنها: الفهم الصريح والضمني للأفكار الرياضية وما تحتويها من مفاهيم وحقائق ومبادئ وقوانين وعلاقات رياضية، وآلية الترابط بينها، لتوضيح الأساس الرياضي لها وكيفية استخدامها في تنفيذ الإجراءات وحل المسائل الرياضية.

مكونات المعرفة المفاهيمية:

تتضمن المعرفة المفاهيمية الرياضية عدةَ عناصر ومكونات رياضية تدل على أن المتعلم يمتلكها. فقد ذكر كثيرٌ من الباحثين في تعليم الرياضيات، مثل: (Hechter, 2020؛ أبو عودة، 2018؛ Rittle-Johnson & Schneider, 2015؛ Zulnaidi & Zakaria, 2010؛ Star, 2005)، أن المعرفة المفاهيمية تتضمن ما يأتي:

- إدراك المفاهيم الرياضية والعلاقات فيما بينها.
- الوعي بالمصطلحات والرموز وإدراك معانيها.
- فهم الترابطات بين المفاهيم الرياضية الرئيسة والفرعية.
- الوعي بالمبادئ والتعميمات والحقائق والقوانين الرياضية، وإدراك مكوناتها والعلاقات بينها.
- إنتاج الأمثلة واللاأمثلة للمفاهيم والمبادئ الرياضية.
- تمثيل المفاهيم الرياضية بطرق متنوعة، ومنها الأشكال والرسومات.
- تفسير العلاقات بين المفاهيم والمبادئ الرياضية.
- العمق المفاهيمي، من خلال إدراك المفاهيم بعمق.
- فهم طرق توظيف المفاهيم والقوانين والمبادئ الرياضية عملياً ورياضياً.

أهمية المعرفة المفاهيمية:

تؤدي المعرفة المفاهيمية دورًا كبيرًا في تعليم وتعلم الرياضيات؛ حيث يرى كلٌ من: (Hurrell, 2021؛ Hakim & Yasmadi, 2021؛ خشان وآخرون، 2014؛ Baroody et al., 2006؛ Rittle-Johnson et al., 2001) أن المعرفة المفاهيمية تجعل التعلم أكثر سهولة؛ مما يجعله أكثر وضوحاً من خلال امتلاك هذه المعرفة، ويسهّل على الطلاب

تذكرها، ويمكّنهم من تطبيق وربط المعرفة الجديدة بالمعرفة السابقة. ويؤكدون أهميةَ المعرفة المفاهيمية بالنسبة للمتعلم في أنها تنظم تصوراتهم حول الأفكار الرياضية، وتساعد المتعلم من غرس الأفكار الأولية لانتقاله إلى مستوى تفكير أعمق؛ ومن ثم تيسر فهم السببية في صحة خطوة رياضية ما أو خطئها، كما أنها تسهم في فهم إجراءات وخطوات حل المسائل الرياضية من خلال التبرير وتحديد العلاقات السببية في تتابع خطوات الحل. كما أنها تنمي لدى المتعلم مهارة الترجمة للفكرة الرياضية من صورة إلى أخرى مكافئة لها، وتؤدي إلى تمثيل المفاهيم أو تفسير الافتراضات والعلاقات التي تحتوي على مفهومين أو أكثر، وتساعد المتعلم في استخدام المفاهيم وربطها ومعالجتها وتمييزها ودمجها مع القواعد. ويشير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000) إلى أن المعرفة المفاهيمية عمليةٌ أساسية تساعد المتعلم على استيعاب المعرفة الإجرائية، فهي تساعده في تسهيل إجراء المهارات الرياضية وتحدد مدى صحة الإجراءات لحل المسائل الرياضية، وتساعد على عمل علاقات شبكية معرفية بأكثر من شكل، وتعطي معنى لفكرة رياضية وآليات توظيفها في الحياة العملية، وتنظيم المعارف بشكل تراكمي. كما أن هناك علاقة طردية بين المعرفة المفاهيمية والتحصيل الرياضي، أي إنه كلما تعمقت المعرفة المفاهيمية لدى المتعلم زاد تحصيله الرياضي (Zulnaidi & Zakaria, 2010).

2. المعرفة الإجرائية Procedural Knowledge:

إذا كانت المعرفة المفاهيمية تهتم بمعرفة السبب؛ أي معرفة ماذا، ومعرفة سبب صحة الشيء، فإن المعرفة الإجرائية تهتم بمعرفة الكيفية؛ وهي معرفة كيفية معرفة حقيقة شيءٍ ما (Rittle-Johnson & Star, 2007). ويعرفها (Rittle-Johnson et al., 2001) بأنها: الإلمام بالرموز الفردية للبنية الرياضية، والقدرة على استخدامها في حل مشكلة رياضية حلاً متسلسلا منطقياً، وأن حل المشكلات الرياضية بشكل عام أمرٌ عالي المستوى في التفكير؛ وذلك لأن المعرفة الإجرائية هي التي تحدد ماهية استراتيجية الحل الملائمة، وكيف يكون تطبيقها في المسألة الرياضية، وتتضمن هذه المعرفة الكثير من المرونة في كتابة التعميمات والقوانين والقواعد الرياضية بأكثر من صورة. ويرى ريتل جونسون وشنايدر (Rittle-Johnson & Schneider, 2015) بأنها المعرفة الكيفية، وهي مهارة لتنفيذ سلسلة من الإجراءات لحل مسألةٍ ما تحتاج إلى عددٍ من الخطوات، وليس التمارين ذات التطبيق المباشر لقانونٍ ما. وليس حل كل مسالة رياضية تعد معرفة إجرائية؛ فمثلاً: حل المعادلة (x+3=5) ليس معرفة إجرائية؛ كونها لا تحتاج إلى خطوات كثيرة متسلسلة، وإنما حلها في خطوة واحدة فقط.

وبناءً عليه، يمكن تعريف المعرفة الإجرائية بأنها: المعرفة التي تُظهِر قدرة المتعلم على تنفيذ الخطوات/ الخوارزميات بطريقة منظمة في حل مشكلةٍ رياضية. ومما سبق، يتضح أن المعرفة الإجرائية تركز على مشكلات رياضية معينة تتطلب خطواتِ عملٍ متسلسلةً لحلها.

أهمية المعرفة الإجرائية:

تكتسب المعرفة الإجرائية أهميتها للمتعلم من أنها تزيد من وعي الطلاب بأن حل مشكلةٍ ما لا يقتصر فقط على قاعدة واحدة، ولكن يمكن تعديلها وفقًا

للمعطيات المتاحة، وتنمي لدى المتعلمين مهارة التنبؤ، كما تمكّنهم من تكييف ما فهموه في أي مهمة جديدة مشابهة لها، وتعمل على توسيع المعرفة الإجرائية للطلاب، وتوفير الفرص لهم لاختيار طريقة الحل المناسبة، واستخدام طرق مماثلة، كما أنها تزيد من التمكّن من المعرفة المفاهيمية عن طريق التكرار في الحلول (Rittle-Johnson & Star, 2007؛ خشان وآخرون، 2014؛ Rittle-Johnson & Schnder, 2015).

مكونات المعرفة الإجرائية:

إن مفهوم المعرفة الإجرائية يدل على معرفة المتعلم بالإجراءات والعمليات والمهارات الرياضية، وخطوات إجرائها. وقد ذكر بعض التربويين أن المعرفة الإجرائية تتضمن ما يأتي (Hechter, 2020؛ الحليسي والسلولي، 2016؛ Rittle-Johnson & Schneider, 2015؛ Zulnaidi & Zakaria, 2010؛ Schneider & Stern, 2010؛ Star, 2005):

- إدراك وفهم خطوات تنفيذ العمليات الرياضية أو خطوات حل مسألةٍ ما في الرياضيات دون التطرق إلى الحل أو تنفيذ الخطة للوصول إلى الهدف، بل هي معرفة بإجراء شيء معين وليس تنفيذه.
- فهم الخوارزميات الرياضية وطرق تنفيذها.
- فهم العلاقات بين خطوات حل المسائل الرياضية.
- الوعي باختيار أفضل الطرق المناسبة لحل مسألة رياضية أو تنفيذ مهارة رياضية.
- إدراك الهدف من إجراء العملية أو المسألة الرياضية.
- إدراك تسلسل خطوات الإجراءات والخوارزميات وحل المسألة في الرياضيات.
- معرفة التراكيب؛ وتعني: وعي المتعلم بكيفية تركيب جمل معينة، أو رسم نموذج محدد، أو بناء خطة معينة، أو تركيب جهاز كمبيوتر؛ أي: الوعي بخطوات البناء والتراكيب.
- فهم قواعد تنفيذ الخوارزميات والمهارات الرياضية.
- إدراك الروابط الرياضية بين المهارات والعمليات والمسائل الرياضية وتطبيقاتها الحياتية.
- إدراك صحة حل المسألة الرياضية من خلال شرح أسباب نجاح خطوات الحل.

3. العلاقة بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية:

تعتمد الكفاءة الرياضية على المتعلمين الذين يطورون ويربطون معرفتهم المفاهيمية بالإجراءات، ومع ذلك فإن العلاقات التزايدية بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية ليست واضحة جيدًا. ولدراسة العلاقات بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية؛ فإنه من المهم أن يتم تقييم كلٍ منهما بشكل مستقل، كما أنه من المهم إدراك تباين الآراء حول العلاقة بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية، وقد تلخصت في أربعة آراء متباينة وكلٌ منها مدعّمة بالأدلة للعلاقة بينهما، وذلك كما يتضح في الآتي:

الرأي الأول: تؤكد نتائج دراسة كلٍ من: (Hakim & Yasmadi, 2021؛ Baroody & Mix, 2006) أن زيادة المعرفة المفاهيمية يمكن أن تؤدي إلى زيادة في المعرفة الإجرائية، وأنه بدون استيعاب المفاهيم سوف يقوم المتعلم بالإجراءات بطريقة آلية دون القدرة على التبرير والتفسير للخطوات والنتائج.

الرأي الثاني: وتؤكده دراسة (Haapasalo et al., 2000)، وهو: أن المعرفة الإجرائية تشجع الطلاب على شرح الحلول التي يعملون عليها بشكل غير

مباشر، وتجعلهم يطبقون المعرفة المفاهيمية، ويقللون من المفاهيم الخاطئة. حيث توصلت نتائج دراسة(Manondhar et al., 2022) إلى أن الارتفاع في المستوى المفاهيمي Conceptual Knowledge (Ck) يعتمد على التكرار الإجرائي Procedural Knowledge (Pk). أي إن التنفيذ المتكرر لخطوات حل مسألة رياضية يعمل على رفع معدل الاستيعاب المفاهيمي، وأن المعرفة الإجرائية تؤدي إلى نمو المعرفة المفاهيمية ولو بشكل طفيف.

الرأي الثالث: خلصت دراسة رادو (Radu, 2002) إلى استقلالية العلاقة بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية، ونمو كلٍ منهما بدون التأثير والتأثر بالأخرى. ويرى كلٌ من بارودي وزملاؤه (Baroody, Feil, & Johnson, 2007) أن المعرفة الإجرائية قائمة بحد ذاتها ولا تعتمد على المعرفة المفاهيمية، وأعطوا مثالًا عليها في التعامل مع الأجهزة الذكية بأن الفرد لا يحتاج إلى معرفة متعمقة بالمعادلات الرياضية للتعامل مع برامجها عملياً أو إجرائياً.

الرأي الرابع: وهو أن العلاقة بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية تكراريةٌ وثنائيةُ الاتجاه وقائمةٌ على التوازن بينهما. وهذا ما ذهب إليه كلٌ من: (Rittle-Johnson et al., 2001; Rittle-Johnson & Star, 2007; Rittle-Johnson & Schnder, 2015; Kadijevich, 2018; Qetrani et al., 2021) بأن العلاقة بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية علاقة ثنائية؛ أي إن زيادة المعرفة الإجرائية تؤدي إلى زيادة المعرفة المفاهيمية والعكس صحيح. وهو ما أكدته دراسة باكر (Baker, 2002) بأنه توجد علاقة ثنائية الاتجاه بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية، وتظهر بشكل أوضح في تدريس موضوع المعادلات الرياضية، وهو ما يسمى بمبدأ التكافؤ؛ حيث إن التحسن في المعرفة المفاهيمية يجعل المتعلمين قادرين على إنتاج إجابات متنوعة إجرائياً، وكذلك فالتعدد في الحلول يؤدي إلى ترجمة المفاهيم بأكثر من صورة، أي إن كلا منهما تؤثر وتتأثر بالأخرى. ويؤكد كيران (Kieran, 2013) أنه لا ينبغي التمييز بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية؛ فهما متشابكان ولا ينبغي فصلهما عند التدريس.

ويرى الباحثان أن طبيعة العلاقة بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية ما زالت مثارَ جدل بين التربويين. ومن خلال استعراض الآراء الأربعة السابقة، فإن الباحثَين يتفقان مع الرأي الرابع، والذي يؤكد العلاقة القائمة على التوازن بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية، وأن العلاقة بينهما ثنائية الاتجاه، فكلٌ منهما تؤثر وتتأثر بالأخرى ولا يمكن تقديم أي نوع من المعرفتين بشكل مستقل عن الأخرى.

أهمية التوازن بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية:

في ضوء ما سبق حول طبيعة العلاقة بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية، يتفق الباحثان مع الرأي الرابع من حيث المنطق، والذي ينبغي الأخذ به عند تعليم الرياضيات؛ لأن العلاقة بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية متكاملةٌ وقائمةٌ على التوازن بينهما، فكل منهما تؤثر وتتأثر بالأخرى، ولا يمكن الفصل بينهما. وبعد مراجعة الأدبيات ذات العلاقة، والتي تنادي بضرورة تحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية عند تدريس الرياضيات، وعلى

الرغم من الاختلافات التي ظهرت في آراء التربويين والمهتمين بتعليم الرياضيات حول العلاقة بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية عند تدريس الرياضيات، أيهما تأتي أولاً المفاهيمية أم الإجرائية، أم تأتيان مع بعضهما؛ فإن معظم الدراسات تؤكد أن العلاقة بينهما تكرارية ثنائية الاتجاه تقوم على التوازن. وبهذا الصدد يشير كلٌ من: (Rittle-Johnson, Siegler, & Alibali, 2001; Rittle-Johnson & Schneider, 2015; Rittle-Johnson, Schneider, & Star, 2015) إلى أن العلاقة بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية علاقةٌ تكرارية ثنائية الاتجاه، فكل واحدة تؤثر في الأخرى، فتطور المعرفة المفاهيمية يساعد في تطور المعرفة الإجرائية والعكس. ويوصي المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000)؛ (NCTM, 2014)؛ والمعايير الأمريكية الأساسية المشتركة (CCSSI, 2010) بأن تعليم الرياضيات يجب أن يعمل على تطوير المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية بشكل متوازن؛ لتحقيق الطلاقة الإجرائية والكفاءة الرياضية. كما خلصت نتائج دراسة هوريل (Hurrell, 2021) إلى ضرورة تقديم المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية بشكل متوازن، بحيث كل منها تدعم الأخرى، مع إعطاء الأولوية لتقديم المعرفة المفاهيمية أولاً؛ لتطويرها لدى الطلاب، ثم الانتقال إلى المعرفة الإجرائية، ولكن العكس المتمثل بالانتقال من المعرفة الإجرائية إلى المفاهيمية فيه خطورة على الطلاب. ودراسة حسين (Hussein, 2022) التي كشفت نتائجها عن أن معلمي الرياضيات يعتقدون أن المعرفة المفاهيمية لا تقل أهمية عن المعرفة الإجرائية، وأن تحقيق التوازن بينهما ضروري؛ لفهم الرياضيات الحقيقية. وقد أكد ستار (Star, 2005) ضرورة التوازن بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية دون التركيز على نوع على حساب الآخر. ويؤكد خليل وآخرون (2021) على تقديم المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية معًا بشكل متوازن عند مراجعة واستثارة الخبرات السابقة، وأن تكون التحركات التدريسية صحيحة ومتوازنة عند تقديم مفاهيم ومهارات درس الرياضيات. وتشير دراسة نهدي وجاتيسوندا (Nahdi & Jatisunda, 2020) إلى أن الطلاب نجحوا في تعلم الرياضيات عندما كانوا قادرين على الجمع بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية معًا بشكل جيد. كما أوصت دراسات (خشان وآخرون، 2014؛ إبراهيم، 2013؛ Zuya, 2017) بضرورة بناء نماذج واستراتيجيات تدريسية لتحقيق التوازن في تقديم المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية عند تدريس الرياضيات وتقويمها. وأوصت دراسة كريدلر (Kridler, 2012) معلمي الرياضيات بتطوير نوعي المعرفة: المفاهيمية والإجرائية، بشكل متوازن عند التخطيط والتنفيذ للتدريس؛ لأن ربط المعرفة الإجرائية بالمعرفة المفاهيمية يؤدي إلى: سهولة تكوين حقائق التعلم والإجراءات، وتوفير العمليات الحسابية واختصارها، وضمان التقليل من الأخطاء، والاحتفاظ بالتعلم وتقليل النسيان، وتعزيز الكفاءة الرياضية. ومع التسليم بأهمية التوازن في تعليم الرياضيات، والتوصيات التي تحث على ضرورة التوازن بينهما، فإن التساؤل الذي يتطلب الإجابة عنه هو: ما مدى اقتراب الأداء التدريسي لمعلمي الرياضيات من التوازن بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية؟

واقع تحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية عند تدريس الرياضيات:

للتعرف على واقع تحقيق التوازن في المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية عند تدريس الرياضيات، وذلك للإجابة عن السؤال الأول من أسئلة البحث الذي ينص على: ما واقع تحقيق التوازن في المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية عند تدريس الرياضيات؟ تم مراجعة بعض الأدبيات والدراسات ذات العلاقة، ومن خلال تحليلها واستقراء نتائجها، فقد تبين أن معلمي الرياضيات لا يركزون على تحقيق التوزان في تقديم المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية في دروس الرياضيات، ويميلون إلى التركيز أثناء تدريسهم على المعرفة الإجرائية، كما أن هناك ضعفًا في إدراك أهمية التوازن بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية لدى المعلمين. وهذا ما أكدته نتائج بعض الدراسات، ومنها على سبيل المثال: دراسة باهر وبوس (Bahr & Boose, 2008) التي أظهرت نتائجها وجود تناقضات في آراء وممارسات معلمي الرياضيات حول التوازن بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية، بالإضافة إلى وجود سوء فهم حول التوازن بينهما، وانقسام المعلمين إلى فئتين: فئة تركز على المعرفة المفاهيمية والأخرى تركز على المعرفة الإجرائية. بينما أظهرت نتائج دراسة الحليسي والسلولي (2016) أن مستوى الممارسات التدريسية للمعرفة المفاهيمية لدى معلمي الرياضيات كانت بدرجة متوسطة، وأن ممارساتهم التدريسية للمعرفة الإجرائية كانت عالية، وتدني مستوى التوازن في الممارسات التدريسية لجوانب المعرفة المفاهيمية والإجرائية، بالإضافة إلى تركيز المعلمين أثناء الاختبارات التقويمية على المعرفة الإجرائية. أما نتائج دراسة إبراهيم (2013) فقد توصلت إلى أن معلمي الرياضيات يستخدمون نمط التركيز على المعرفة الإجرائية عند تدريس الرياضيات، ويفتقرون إلى تحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية. بينما توصلت دراسة خشان وآخرين (2014) إلى أن معلمي الرياضيات يميلون إلى التركيز على المعرفة الإجرائية أكثر من المعرفة المفاهيمية عند تدريسهم. أما دراسة حسين (Hussein, 2022) فقد كشفت نتائجها أن معلمي الرياضيات يميلون إلى استخدام طرق التدريس التقليدية التي تركز على الإجراءات، وتهمل المعرفة المفاهيمية. وأظهرت دراسة كريدلر (Kridler, 2012) أن معلمي الرياضيات يهتمون بتطوير نوعي المعرفة: المفاهيمية والإجرائية، ولكن يتم التعامل بينهما بشكل منفصل، وعدم مساعدة طلابهم في الربط بين المفاهيم والإجراءات. أما دراسة (Manandhar, 2018) فقد أشارت إلى أن عملية بناء المعرفة في الرياضيات تركز غالباً على المعرفة الإجرائية مقارنة بالمعرفة المفاهيمية؛ بسبب استخدام معلمي الرياضيات طرق واستراتيجيات تدريسية تركز بشدة على المعرفة الإجرائية وتقلل من المعرفة المفاهيمية. مما سبق، فإن النتائج تشير إلى تركيز معلمي الرياضيات على المعرفة الإجرائية، دون الاهتمام بالتوازن بينها وبين المعرفة المفاهيمية عند التدريس، وهذا –من وجهة نظر الباحثَين– ترك آثاراً كبيرة على طلابهم؛ وهي أن تدريس الرياضيات يركز على برمجة الطالب كالآلة لإجراء العمليات الرياضية دون وعي أو فهم للأساس المعرفي والمفاهيمي لها. وهذا ما أكده ريتل جونسون وزملاؤه (Rittle–Johnson et al., 2001)، حيث أكدوا أن الطالب عندما يحفظ الإجراء حفظًا آليًا فإنه يفشل في الفهم العميق للمفاهيم والأفكار التي تسهّل له عملية التطبيق لما تعلمه، وأن تعلمه أكثر عرضة للنسيان، كما أن

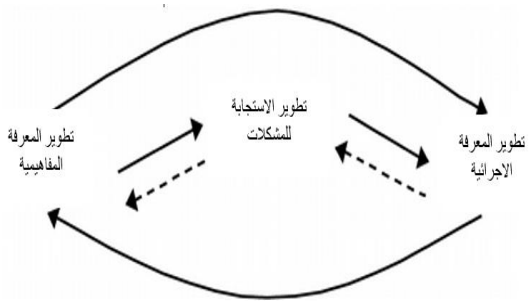
تركيز المعلمين على المعرفة الإجرائية أدى إلى ارتفاع مستوى الطلاب فيها، وفي المقابل أدى إلى ضعف مستوى الطلبة في المعرفة المفاهيمية، والاستيعاب المفاهيمي، وتضاعف الأخطاء المفاهيمية الشائعة لديهم، وصعوبة فهمهم للرياضيات. ويرى ستار (star, 2005) أن تركيز تدريس الرياضيات على المعرفة الإجرائية بدلاً عن المفاهيمية يؤدي إلى تنمية مهارات رياضية معزولة عن الفهم والمعرفة الحقيقية بها، وأن الاندفاع نحو تدريس الإجراءات قد يضر أكثر مما ينفع. وهذا ما كشفته نتائج العديد من الدراسات، مثل دراسة (Ghazali & Zakaria, 2011) التي أظهرت ارتفاع مستوى الفهم الإجرائي لدى الطلاب، في حين أن مستوى الفهم المفاهيمي منخفض. ودراسة مقدادي وآخرين (2013) التي أظهرت تدني مستوى الطلبة في المعرفة المفاهيمية والإجرائية، وأن مستوى الطلبة في المعرفة الإجرائية أعلى من مستواهم في المعرفة المفاهيمية؛ مما يؤكد ضعف التوزان بينهما. ودراسة شينغ يا وآخرين (Cheng- Yaa et al., 2013) التي أكدت أن أداء الطلبة في المعرفة الإجرائية أكبر من المعرفة المفاهيمية. ودراسة السلولي (2013) التي أظهرت تدني مستوى معلّمي الرياضيّات في المعرفة المفاهيمية. بينما أظهرت نتائج دراسة زويا (Zuya, 2017) انخفاض أداء الطلاب المعلمين في المعرفة المفاهيمية في الجبر مقابل ارتفاع ملحوظ في أدائهم في المعرفة الإجرائية. وأكدت دراسة جيفن وزملائه (Givvin, Stigler, & Thompson, 2011) أن المعرفة الرياضية لدى الطلاب إجرائية إلى حد كبير، وأن الطلاب لديهم تفكيرٌ رياضي غير فعال خلقَ لديهم رغبةً في القيام بإجراءات غير صحيحة أو صحيحة جزئيًا. ودراسة العنزي (2020) التي أظهرت تدني مستوى المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية لدى الطلاب.

يتضح من مراجعة الأدبيات ونتائج الدراسات أن هناك تدنيًا في تحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية عند تدريس الرياضيات، وأن تركيز معلمي الرياضيات على المعرفة الإجرائية أثناء تدريسهم الرياضيات أكثر من المعرفة المفاهيمية، وأن معلمي الرياضيات لا يدركون أهمية التوازن بين نوعي المعرفة؛ وقد يعود السبب إلى ضعف وعيهم بإجراءات تحقيق التوزان أثناء تدريسهم، سواء في مرحلة التخطيط أم التنفيذ أم التقويم. كما يتضح أن إغفال معلمي الرياضيات لتحقيق التوازن التدريسي بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية أدى إلى ضعف مستوى المعرفة المفاهيمية والإجرائية معًا لدى الطلاب، ولو أظهر مستوى الطالب ارتفاعاً بسيطاً في المعرفة الإجرائية. إن هذه النتائج التي مَثُلَتْ –من وجهة نظر الباحثَين– تعد مشكلة تواجه تعليم الرياضيات، مما شجع الباحثَين على محاولة تقديم نموذج تدريسي يساعد معلمي الرياضيات على تحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية.

نماذج تدريس المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية:

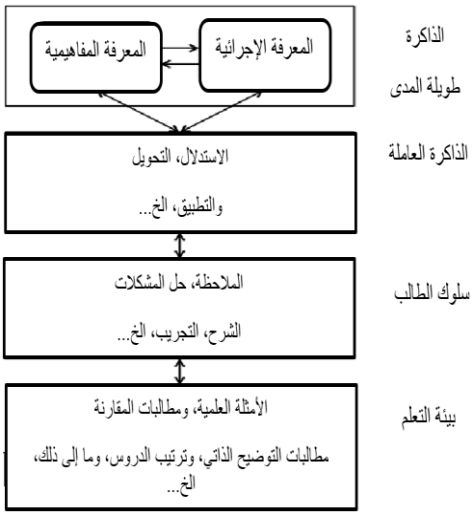
اطلع الباحثان على جهود بعض التربويين المتاحة في شبكة الإنترنت، على المستويين: العالمي والعربي، والمتعلقة بتقديم نماذج لتدريس المعرفة الرياضية المفاهيمية والإجرائية، فقد وجدت بعض النماذج كيفية تقديم المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية ودمجهما معًا، بحيث يسيران جنباً إلى جنب أثناء عملية التدريس، ومن أهم تلك النماذج ما يأتي:

1- نموذج ريتل جونسون وسيجلر وأليبالي (Rittle-Johnson, Siegler, & Alibali, 2001): والذي يسمى بالنموذج التكراري لتطوير العلاقة بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية. ويعتبر من أوائل النماذج التي قدمت تصوراً تدريسياً لتقديم المعرفة المفاهيمية والإجرائية، حيث رأوا أن المعرفة المفاهيمية والإجرائية تتطور بطريقة تكرارية لتحسين تمثيل المشكلة، ويقتضي هذا النموذج أن بناء المعرفة المفاهيمية والإجرائية يستند إلى عملية تكرارية، فتطور إحداهما يؤدي إلى تطور الأخرى، ويتضح النموذج في الشكل (1) الآتي:



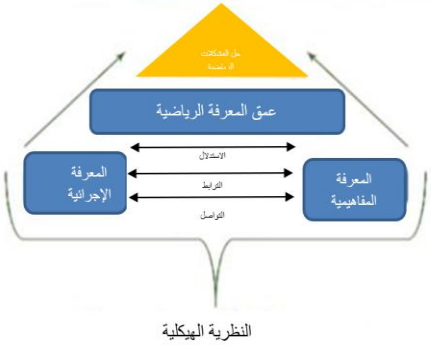
شكل (1) نموذج ريتل جونسون وزملائه (Rittle-Johnson, Siegler, & Alibali, 2001) التكراري لتطوير العلاقة بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية

2- نموذج ريتل جونسون وشنايدر (Rittle-Johnson & Schneider, 2015): حيث قدما نموذجاً آخرَ لمعالجة المعلومات للعلاقات بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية، من خلال معرفة المعرفة المفاهيمية والإجرائية المخزنة في الذاكرة بعيدة المدى بشكل مستقل لدى المتعلم، وهل تتغير تلك المعرفة مع الخبرة التي يمر بها المتعلم، وكيف يوظف الطالب تلك المعرفة ويحولها للتطبيق في الذاكرة العاملة، من خلال سلوك المتعلم، كالملاحظة والاكتشاف والتجريب لحل المشكلات، كما في النموذج الموضح في الشكل (2) الآتي:



شكل (2) نموذج ريتل جونسون وشنايدر (Rittle-Johnson & Schneider, 2015) لمعالجة المعلومات للعلاقات بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية

3- نموذج خليل (Khalil, 2022): فقد قدم نموذجاً تدريسياً لتقديم المعرفة الرياضية للمرحلة الابتدائية بنوعيها: المفاهيمية والإجرائية، عن طريق معايير عمليات القوة الرياضية (التواصل الرياضي، والترابط الرياضي، والاستدلال)؛ بغرض التحول إلى العمق المفاهيمي للمعرفة الرياضية، والموضح في الشكل (3) الآتي:



شكل (3) نموذج خليل (Khalil, 2022) لتقديم المعرفة الرياضية

تعد النماذج السابقة من المحاولات الفريدة والجيدة التي قدمها أولئك الباحثون؛ سعياً منهم لتوضيح آلية تدريس المعرفة الرياضية بطريقة تضمن تحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية. إلا أن تلك النماذج عليها بعض الملاحظات؛ فالنموذج التكراري الذي قدمه ريتل جونسون وسيجلر وأليبالي (Rittle-Johnson, Siegler, & Alibali, 2001) الذي يسمى بالنموذج التكراري، لم يوضح خطوات إجرائية تفصيلية لآلية تحقيق التوزان بين نوعي المعرفة، واكتفى بتقديم رؤية عامة لاتجاه العلاقة الثنائية والتكرارية بينهما، وهذا -من وجهة نظر الباحِثَين- فيه عمومية، فقد يستفيد منه معلم الرياضيات جزئياً ولكن قد لا يستطيع تطبيقه عملياً عند تدريس الرياضيات. كما أن النموذج الذي قدمه ريتل جونسون وشنايدر (Rittle-Johnson & Schneider, 2015) اهتم بقضية معالجة المعلومات للعلاقات بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية المخزنة في ذاكرة المتعلم وكيف يوظفها ويستخدمها في حل المشكلات، كما أنه يركز على فهم العمليات العقلية التي يبذلها المتعلم لتظهر على شكل سلوكيات يقوم بها المتعلم تُظهر مدى قدرته على توظيف المعرفة المفاهيمية والإجرائية في حل المسائل. ومن وجهة نظر الباحِثَين، فإن هذا النموذج قد يفيد المعلم في زيادة قدرته على تحفيز المتعلم على إظهار المعرفة الرياضية المفاهيمية والإجرائية الموجودة لديه سابقاً، وتوظيفها في المواقف الرياضية المختلفة وحل المشكلات الرياضية، ولكنه لم يوضح آلية تطبيقية إجرائية ترشد المعلم إلى كيفية تقديم المعرفة المفاهيمية والإجرائية بشكل متوازن أثناء تدريسهم. بينما نموذج خليل (Khalil, 2022) فقد ركز على تقديم المعرفة الرياضية بنوعيها: المفاهيمية والإجرائية، وربطها بمعايير عمليات القوة الرياضية (التواصل الرياضي، والترابط الرياضي، والاستدلال)؛ بغرض التحول إلى العمق المفاهيمي للمعرفة الرياضية، وكذلك يعتبر نموذجًا عامًا لم يقدم خطوات إجرائية تفصيلية لكيفية تحقيق التوازن بين المعرفة الإجرائية والمفاهيمية. إن النماذج السابقة تعد من المحاولات الفريدة والجيدة التي قدمت إجراءاتٍ لتدريس المعرفة الرياضية، وعلى الرغم من الملاحظات حولها، فإنها كانت النواة الحقيقية التي غرست لدينا الفكرة لاقتراح نموذج تدريسي قد يساعد معلمي الرياضيات على تدريس المعرفة الرياضية المفاهيمية والإجرائية على نحو متوازن، ويتصف النموذج بأنه إجرائي وقابل للتطبيق وشامل لمراحل تدريس الرياضيات (التخطيط، والتنفيذ، والتقويم)، التي يعتقد الباحثان أن التوزان بين نوعي المعرفة يتم في تلك المراحل التي ينبغي على معلم الرياضيات التركيز عليها وتطبيقها.

منهجية البحث وإجراءاته:

لتحقيق أهداف البحث، والإجابة عن أسئلته؛ اتبع الباحثان المنهج الوصفي التحليلي، وذلك من خلال مراجعة الأدبيات والدراسات السابقة التي تناولت المعرفة المفاهيمية والإجرائية والتوازن بينهما، وتحليلها، واستقراء ماهية المعرفة المفاهيمية والإجرائية وطبيعة العلاقة بينهما، وتحليل واقع تحقيق التوازن بين المعرفة الرياضية المفاهيمية والإجرائية التي توصلت إليها نتائج تلك الدراسات. كما تم مراجعة الدراسات التي قدمت نماذج تدريسية للمعرفة الرياضية وآلية التوازن بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية، حيث تم الاطلاع على النماذج التدريسية المقترحة لكلٍ من: نموذج ريتل جونسون وزملائه (Rittle-Johnson, Siegler, & Alibali, 2001) التكراري لتطوير

العلاقة بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية، والموضح في الشكل (1) السابق، ونموذج ريتل جونسون وشنايدر (Rittle-Johnson & Schneider, 2015) لمعالجة المعلومات للعلاقات بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية والموضح في الشكل (2) السابق، ونموذج خليل (Khalil, 2022) لتقديم المعرفة الرياضية والموضح في الشكل (3) السابق. ومن ثم تم تحليلها، للوصول إلى نموذج مقترح أكثر شمولية وإجرائية لتحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية عند تدريس الرياضيات في المراحل التدريسية الثلاث (التخطيط، التنفيذ، التقويم). كما اعتمد الباحثان على المنهج الوصفي المسحي، وذلك من خلال عرض النموذج المقترح على عينة من الخبراء والمتخصصين في تعليم الرياضيات، والبالغ عددهم (10) خبراء، واستطلاع آرائهم حول أهميته وسلامة خطواته ومراحله؛ وذلك لضبطه وإخراجه بصورته النهائية في ضوء ملاحظاتهم، ويتضح ذلك في الشكل (4).

النموذج التدريسي المقترح لتحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية عند تدريس الرياضيات:

للإجابة عن السؤال الثاني من أسئلة البحث الذي نص على: **ما التصور للنموذج التدريسي المقترح لتحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية عند تدريس الرياضيات؟**

قام الباحثان باتباع الإجراءات التالية لإعداد النموذج التدريسي المقترح، وأهمها: مراجعة الأدبيات وتحليلها، وهي التي أكدت على أهمية وضرورة تحقيق التوازن بين المعرفة الإجرائية والمفاهيمية عند تدريس الرياضيات، بالإضافة إلى النتائج التي توصلت إليها جميع الدراسات التي تم الاطلاع عليها والتي أكدت أن هناك ضعفًا في تحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية عند تدريس الرياضيات، كما تم الاطلاع على النماذج التدريسية المقدمة من بعض التربويين والمتعلقة بتقديم المعرفة الرياضية وتحليلها والاستفادة منها. وعليه، وفي ضوء المبررات السابقة، فقد اقترح الباحثان نموذجًا تدريسيًا يتكون من مجموعة من الإجراءات التدريسية التي ينبغي على معلمي الرياضيات تنفيذها بصورة متكاملة في مراحل عملية تدريس الرياضيات (التخطيط والتنفيذ والتقويم)، للتوازن بين المعرفة الإجرائية والمفاهيمية. حيث تكون النموذج التدريسي المقترح من الخطوات الآتية:

- **الهدف من النموذج:**

هو تقديم نموذج إجرائي لتدريس الرياضيات يتوافق مع مراحل عملية تدريس الرياضيات (التخطيط، والتنفيذ، والتقويم)، ويحدد خطوات إجرائية متسلسلة بأسلوب خوارزمي يساعد معلمي الرياضيات على تطبيقه؛ بما يحقق التوازن بين المعرفة الإجرائية والمفاهيمية.

- **مبادئ النموذج المقترح وأسسه:**

بُنِيَ النموذجُ التدريسيُّ المقترحُ وفقَ عددٍ من الأسس والمبادئ العلمية، وهي:

- ربط الخبرات المفاهيمية والإجرائية السابقة باللاحقة.
- تعميق المعرفة الرياضية المفاهيمية والإجرائية الجديدة.
- التأكيد على تماسك البنية المعرفية الرياضية وترابطها وتوازنها في جميع مراحل الدرس.
- تشجيع الطلاب على توظيف المعرفة الرياضية المفاهيمية والإجرائية في مواقف الحياة وحل المشكلات.

- إقامة توازن في تدريس وتقويم المعرفة الإجرائية والمفاهيمية.
- تشجيع الطلاب على استنتاج الارتباطات بين المفاهيم والإجراءات.
- توفير المعلومات والأفكار والمهارات الرياضية وفقًا لتسلسل منطقي.
- المرونة في تقديم المعرفة المفاهيمية وتطبيقاتها المهارية، أو العكس.
- تزويد الطلاب بأنشطة مشجعة؛ لتحفيزهم على الاكتشاف والاستنتاج للجوانب المفاهيمية والإجرائية والروابط بينهما.

- **فلسفة النموذج المقترح:**

تقوم فلسفة النموذج المقترح على مراعاة مبادئ نظريات التعلم وتطبيقاتها في تعليم الرياضيات وتعلمها، فقد تم الاستفادة من مبادئ النظريات المعرفية التي ركزت على المعرفة وآلية بنائها، وتدعم تماسك البنية المعرفية الرياضية، مثل نظرية أوزبل وبرونر وجانييه، كما تمت الاستفادة من مبادئ النظرية البنائية المعرفية والاجتماعية في أهمية الدور البنائي والنشط للمتعلم في بناء المعرفة كمحور للعملية التعليمية.

مراحل التدريس وفق النموذج المقترح:

تكون النموذج المقترح لتحقيق التوازن في المعرفة المفاهيمية والإجرائية عند تدريس الرياضيات من ثلاث مراحل رئيسة تمثل مراحل التدريس (التخطيط، التنفيذ، التقويم)، وضمن كل مرحلة مجموعة من الإجراءات والتحركات التدريسية بشكل خوارزمي تقوم على دور المعلم والمتعلم لتحقيق التوزان بين المعرفة الرياضية المفاهيمي والإجرائية، وتلك المراحل تتلخص في الشكل (4) الآتي:

ويتضح من الشكل (4) مراحل النموذج التدريسي المقترح لتحقيق التوازن بين المعرفة الرياضية المفاهيمية والإجرائية عند تدريس الرياضيات، على النحو الآتي:

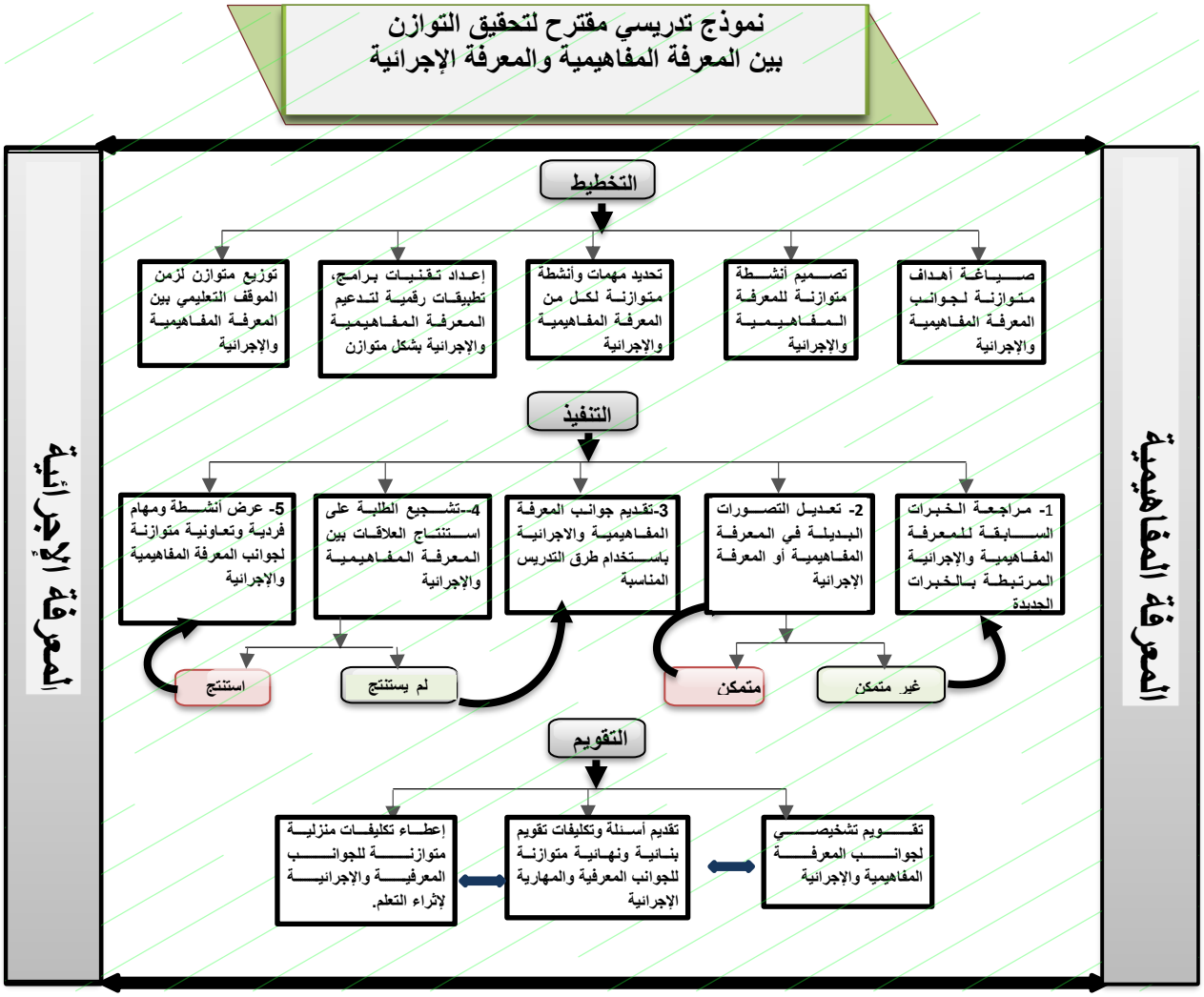
المرحلة الأولى: التخطيط

وتتضمن إجراءات وضع الخطوط العريضة لتدريس المعرفة الرياضية المفاهيمية والإجرائية على نحوٍ يحقق التوازن بينهما، وأهم تلك الإجراءات التي ينبغي على معلم الرياضيات أن يقوم بها في هذه المرحلة هي: صياغة أهداف تعليمية بشكل متوازن بين جوانب المعرفة المفاهيمية والإجرائية، وتصميم أنشطة تعليمية ومهام عمل وتكليفات متوازنة لكلٍ من المعرفة المفاهيمية والإجرائية، وإعداد الوسائل والتقنيات التعليمية (سواء أجهزة أم تطبيقات وبرامج تقنية) لتدعيم جوانب المعرفة المفاهيمية والإجرائية بشكل متوازن، توزيع متوازن لزمن تقديم كلٍ من المعرفة المفاهيمية والإجرائية.

المرحلة الثانية: التنفيذ

وتتضمن إجراءات تقديم وتدريس المعرفة الرياضية المفاهيمية والإجرائية على نحو يحقق التوازن بينهما، وأهم تلك الإجراءات التي ينبغي على معلم الرياضيات أن يقوم بها في هذه المرحلة هي:

1. مراجعة الخبرات السابقة المتعلقة بجوانب المعرفة المفاهيمية والإجرائية وربطها بالخبرات الجديدة، من خلال المنظمات المتقدمة، عن طريق الأسئلة التي تحفز استدعاء الخبرات السابقة لدى المتعلم (مفاهيم ومبادئ ونظريات وقوانين ومهارات)، ومن ثم يناقشهم حول إجاباتهم.



شكل (4) نموذج مقترح للتوازن في تقديم المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية

2. تعديل التصورات البديلة من خلال تصحيح الأفكار الخاطئة التي يمكن أن توجد لدى الطالب بجوانب المعرفة المفاهيمية والإجرائية، ومعالجة الصعوبات المتعلقة بها، وفي حال تمكن المتعلم منها يتم الانتقال إلى الخطوة التالية، وفي حال عدم تمكنه يتم الرجوع للخطوة الأولى.

3. تقديم المعرفة الرياضية الجديدة المفاهيمية والإجرائية، مع مراعاة المرونة والعلاقة التكرارية بينهما، فيمكن البدء بالمعرفة المفاهيمية وربطها بالجوانب الإجرائية لها، أو البدء بالمعرفة الإجرائية مع ربطها بالجوانب المفاهيمية لها. في هذه الخطوة يحرص المعلم على الآتي: استخدام استراتيجيات تدريس حديثة تتناسب مع طبيعة المعرفة الرياضية والفروق الفردية بين الطلاب، وتجعل المتعلم محور العملية التعليمية، مثل: خرائط المفاهيم، الاكتشاف، التعلم البنائي ... إلخ. كما يحرص المعلم على استخدام التقنيات الحديثة بشكل متوازن لعرض المعرفة المفاهيمية والإجرائية، مثلا: قد يستخدم جهاز العرض والفيديوهات الرقمية التفاعلية والتطبيقات الرقمية في الرياضيات.

٤. تشجيع الطلبة على استنتاج الروابط بين المفاهيم والإجراءات باستخدام الاكتشاف، والاستقصاء، والاستقراء، وتدعيمها باستخدام التقنيات.

٥. تقديم أنشطة تعليمية وتمارين وتكليفات ومهام رياضية متوازنة حول الجوانب المفاهيمية والإجرائية، ويشجع الطلبة على تنفيذها فرديًا أو تعاونيًا، مع الحرص على المتابعة المستمرة وتقديم التغذية الراجعة والتعزيز المناسبين.

المرحلة الثالثة: التقويم

وتتضمن إجراءات قياس وتقويم مدى تحقق الأهداف بما يخص تقويم المعرفة الرياضية المفاهيمية والإجرائية، على نحو يحقق التوازن بينهما، وأهم تلك الإجراءات التي ينبغي على معلم الرياضيات أن يقوم بها في هذه المرحلة هي:

1. تنفيذ تقويم تشخيصي للطلبة في كلٍ من المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية؛ لتحديد جوانب القوة لتدعيمها وجوانب القصور لإجراء معالجات فورية، من خلال تأكيد المعرفة المفاهيمية وتصحيح خطوات أو خوارزميات إجرائية.
2. تقديم تدريبات ومسائل متوازنة لكلٍ من الجوانب المفاهيمية والإجرائية، مرتبة هرمياً من البسيط إلى المعقد.
3. إعطاء تكليفات بيتية متوازنة لكلٍ من المعرفة المفاهيمية والإجرائية؛ لتدعيم التعلم وإثرائه، وإتاحة الفرصة للتعلم الذاتي للطلبة وبناء القدرة الرياضية المتوازنة.

الخلاصة:

هدف البحث إلى معرفة واقع تحقيق التوزان بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية عند تدريس الرياضيات، واقتراح نموذج تدريسي لتحقيق التوزان في تدريس المعرفة المفاهيمية والإجرائية. وقد أظهرت نتائج البحث أن هناك أوجه قصورٍ وضعفًا في واقع تحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية عند تدريس الرياضيات، وأن معلمي الرياضيات يركزون على المعرفة الإجرائية أكثر من المعرفة المفاهيمية، واقترح الباحثان نموذجًا تدريسيًا يتكون من عدة مراحل وخطوات إجرائية بصورة خوارزمية مبسطة، تساعد معلمي الرياضيات على تحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية عند تدريس الرياضيات.

التوصيات والمقترحات:

في ضوء النتائج التي تم التوصل إليها، يوصي الباحثان بالآتي: الاستفادة من النموذج التدريسي وتطبيقه من قبل معلمي الرياضيات؛ لتحقيق التوازن في تقديم المعرفة المفاهيمية والإجرائية عند تدريس الرياضيات. كما يوصيان بضرورة تدريب معلمي الرياضيات على الاستراتيجيات الحديثة في تعليم الرياضيات، والتي تساعدهم في تحقيق التوازن بين المعرفة الرياضية المفاهيمية والإجرائية. وفي ضوء نتائج الدراسة وتوصياتها، يقترح الباحثان إجراء دراسة للكشف عن فاعلية النموذج التدريسي المقترح في تحقيق التوازن بين المعرفة الرياضية المفاهيمية والإجرائية.

المراجع:

أولاً: المراجع باللغة العربية:

[1] إبراهيم، إبراهيم رفعت. (2013). أنماط التوازن التدريسي بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية لدى معلمي الرياضيات وأثرها على تصور الفاعلية التدريسية. *مجلة تربويات الرياضيات*، *16*(2)، 132- 171.

[2] أبو عودة، عبدالرحمن محمد. (2018). *مستوى المعرفة المفاهيمية والإجرائية اللازمة لتدريس*

الرياضيات في المرحلة الأساسية لدى الطلبة المعلمين في الجامعة الإسلامية بغزة (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، الجامعة الإسلامية، غزة، فلسطين.

[3] الحليسي، سعيد؛ والسلولي، مسفر. (2016). واقع الممارسات التدريسية للمعرفة المفاهيمية والإجرائية لدى معلمي رياضيات المرحلة المتوسطة. *المجلة الدولية التربوية المتخصصة، 5*(7)، 354- 372.

[4] خشان, خالد حلمي؛ وقنديل، رفعت عبد الصمد؛ وخشان، محمد مطاوع؛ والنذير، محمد عبد الله؛ والسلول، مسفر سعود. (2014). التوازن بين المعرفة الإجرائية والمعرفة المفاهيمية والعوامل المؤثرة فيه لدى معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية في المملكة العربية السعودية. *مجلة العلوم التربوية, 26*(2), 287 -310.

[5] خليل، إبراهيم؛ وعيسى، عبدالحميد؛ والمالكي، مفرح؛ والنذير، محمد. (2021). أثر نموذج تدريسي مقترح في ضوء نظرية أوزبل في تنمية التحصيل الرياضي والاستيعاب المفاهيمي لدى تلاميذ الصف الرابع الابتدائي. *مجلة الجامعة الإسلامية للدراسات التربوية والنفسية، 29*(1)، 378- 398.

[6] السلولي، مسفر سعود. (2013). استقصاء المعرفة المفاهيمية المتعلّقة بموضوعات التفاضل لدى معلّمي الرياضيّات في المرحلة الثانوية. *مجلة رسالة التربية وعلم النفس*، (40)، 41- 57.

[7] العنزي، هليل. (2020). درجة امتلاك طلاب الرياضيات بالصف الثاني المتوسط للمعرفة المفاهيمية والإجرائية. *المجلة العلمية لكلية التربية*، جامعة أسيوط، *36*(11)، 123- 141.

[8] مقدادي، ربى محمد؛ وملكاوي، آمال رضا؛ والزعبي، علي محمد. (2013). المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية المتعلقة بالكسور وعلاقتها بقلق الرياضيات لدى الطلبة المعلمين. *مجلة دراسات العلوم التربوية*، *40*(2)، 1555- 1570.

ثانياً: المراجع باللغة الإنجليزية:

[1] Bahr, D., Bossé, M. (2008). The State of Balance Between Procedural Knowledge and Conceptual Understanding in Mathematics Teacher Education. *International Journal of Mathematics Teaching and Learning*, (140), 1-28. https://www.cimt.org.uk/journal/bossebahr.pdf

[2] Baker, W. (2002). Written meta-cognition and procedural knowledge. *Educational Studies In Mathematics*, 32, 1-36.

[3] Baroody, A. J., Feil, Y., & Johnson, A. (2007). An alternative reconceptualization of procedural and conceptual knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education, 38*(2), 115-127.https://doi.org/10.2307/30034952

[4] Baroody, A., Lai, M., & Mix, K. (2006). The *Development of Young Children's Early Number and Operation Sense and its Implications for Early Childhood Education*. https://psycnet.apa.org/record/2005-14862-011

[5] Cheng-Yaa, L., Jerry, B., Der-Ching, Y. & Tsai-Wei, H. (2013). Preservice Teachers Conceptual and Procedural Knowledge of Fraction Operation: A comparative Study of the United State and Taiwan. *School Science and Mathematics, 113* (1), 41-51.

[6] Common Core State Standards Initiative. (2010). *Common Core State Standards for mathematics(CCSSM)*.http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf

[7] Danquah, P. (2017). *Conceptual and* Procedural *Instruction: Mathematical Teaching Approaches And Strategies In An Urban Middle School*(Unpublished PhD Theses). University of New England. https://dune.une.edu/theses/101

[8] Ghazali, N., Zakaria, E. (2011). Students' procedural and conceptual understanding of mathematics. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences, 5*(7), 684- 691.

[9] Givvin, K. B., Stigler, J. W., & Thompson, B. J. (2011). What community college developmental mathematics students understand about mathematics, Part II: The interviews. *The Mathamatyc Educator, 2*(3), 4–18.

[10] Haapasalo, L., & Kadijevich, D. (2000). Two types of mathematical-knowledge and their relation. *Journal for mathematics, 21*(2), 139-157.

[11] Hakim, L., Yasmadi, B. (2021). Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics Education. *Design Engineering*, (9),1271-1280.

[12] Hakim, LL, Alghadari, F., & Widodo, SA (2019). Virtual manipulatives media in mathematical abstraction. *In Journal of Physics: Conference Series*, 1315(1).

[13] Hechter, E. (2020). The relationship between conceptual and procedural knowledge in calculus(Unpublished PhD Theses). University of Pretoria. http://hdl.handle.net/2263/78457

[14] Hurrell, D. P. (2021). Conceptual knowledge OR Procedural knowledge OR Conceptual knowledge AND Procedural knowledge: Why the conjunction is important for teachers. *Australian Journal of Teacher Education*, *46*(2), 57- 71. http://dx.doi.org/10.14221/ajte.2021v46n2.4

[15] Hussein, Y. (2022). Conceptual Knowledge And Its Importance In Teaching Mathematics. *Middle Eastern Journal of Research in Education and Social Sciences*, *3*(1), 50-65. DOI: https://doi.org/10.47631/mejress.v3i1.445

[16] Kadijevich, D., M. (2018). Relating Procedural and Conceal Knowledge. *The Teaching Of Mathematics*, *XXI*(1), 15–28. http://elib.mi.sanu.ac.rs/files/journals/tm/40/tmn40p15-28.pdf

[17] Khalil, I. (2022). *A Proposed Model to Teach* Mathematical *Knowledge in the Primary Stage. Conference*: NCTM Research Conference January,7. DOI:10.13140/RG.2.2.22998.98883

[18] Kieran, C. (2013). *The false dichotomy in mathematics education between conceptual understanding and procedural* skills*: an example from algebra*. In K. R. Leatham (Ed.), Vital directions for mathematics education research (pp. 153-171). New York, NY: Springer.

[19] Kridler, P. (2012). *Procedural And Conceptual Knowledge: A Balanced Approach*? (Unpublished PHD Theses). George Mason University, Fairfax, VA.

[20] Manandhar, N. (2018). *Conceptual And Procedural Knowledge Of Students In Mathematics: A Mixed Method Study*(Unpublished Master Theses). Kathmandu University, Dhulikhel, Nepal.

[21] Manandhar, N. K., Pant, B. P., & Dawadi, S. D. (2022). Conceptual and Procedural Knowledge of Students of Nepal in Algebra: A Mixed Method Study. *Contemporary Mathematics and Science Education*, *3*(1), 1-10, https://doi.org/10.30935/conmaths/11723

[22] Matthews, P. & Rittle-Johnson, B. (2009). In pursuit of knowledge: Comparing reflex plantations, concepts and procedures as pedagogical tools. *Journal of Experimental Child Psychology*, *104*(1), 1-21. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2008.08.004

[23] Nahdi, S., Jatisunda, M. (2020). Conceptual Understanding And Procedural Knowledge: A Case Study on Learning Mathematics of Fractional Material in Elementary School. *Journal of Physics: Conference Series*, (1477), 1- 5. doi:10.1088/1742-6596/1477/4/042037

[24] National council of teacher of mathematics. (2000). *principles and standards for school mathematics*. https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/PSSM_Executive Summa

[25] NCTM. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. Reston :National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

[26] Qetrani,S, Ouailal, S. & Achtaich, N. (2021). Enhancing Students' Conceptual and Procedural Knowledge Using a New Teaching Approach of Linear Equations Based on the Equivalence Concept. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *17*(7), 1-17, em1978. https://doi.org/10.29333/ejmste/10938

[27] Rittle-Johnson, B., Schneider, M. & Star, J. (2015). Not a One-Way Street: Bidirectional Relations Between Procedural and Conceptual Knowledge of Mathematics. *Educational Psychology Review*, *27*(4), Springer Science+Business Media New York. DOI 10.1007/s10648-015-9302-x

[28] Rittle-Johnson, B., Schneider, M. (2015). *Developing conceptual and procedural knowledge in mathematics*. In R. Cohen Kadosh & A. Dowker (Eds.), Oxford handbook of numerical cognition (pp. 1102-1118). Oxford, UK: Oxford University Press. https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780199642342.013.014

[29] Rittle-Johnson, B., Siegler, R. & Alibali, M. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of Educational Psychology*, *93*(2), 346-362.

[30] Rittle-Johnson, B., Star, J. (2007). Does comparing solution methods facilitate conceptual and procedural knowledge? An experimental study on learning to solve equations. *Journal of Educational Psychology*, *99*(3), 561–574.

[31] Schneider, M., Stern, E. (2010). The Developmental Relation Between Conceptual and Procedural Knowledge: A Multi Method Approach. *Developmental Psychology*, *46*(1),178-192.

[32] Star, J. (2005). Reconceptualizing Procedural Knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, *36*(5), 404-411.

[33] Zulnaidi, H., Zakaria, E. (2010). The effecte of information mapping stratigy on mathematics conceptual knowledge of junior high school students. *US-China Education Review*, *7* (1), 26-31.

[34] Zuya, H. (2017). Prospective Teachers' Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: The Case of Algebra. *American Journal of Educational Research*, *5*(3), 310-315. DOI:10.12691/EDUCATION-5-3-12.